

Mathematik I WS 2012/13

13. Übungsblatt

1. Zeigen Sie, dass

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n)!}{2^{2n} (n!)^2} (x-1)^n$$

die Taylorreihe von $\frac{1}{\sqrt{x}}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ ist und berechnen Sie den Konvergenzradius.

2. Bestimmen Sie zu der Funktion $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2})$ das Taylorpolynom $P_3(x, 0)$ vom Grad 3 um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Vergleichen Sie die Werte von $f(x)$ und $P_3(x, 0)$ an der Stelle $x = \frac{1}{100}$.

3. Bestimmen Sie die folgenden Integrale

(a) $\int \cosh^2(x) dx$

(b) $\int x\sqrt{x+1} dx$

4. Bestimmen Sie die folgenden Integrale

(a) $\int \frac{1}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x-2}} dx$

(b) $\int \frac{e^x-1}{e^x+1} dx$

5. Bestimmen Sie die folgenden Integrale

(a) $\int \frac{1}{\sin(x)\cos(x)} dx$

(b) $\int \operatorname{arsinh}(x) dx$

6. Bestimmen Sie die folgenden Integrale

(a) $\int \frac{\ln(x+1)}{(x-1)^2} dx$

(b) $\int \sqrt{1-x^2} dx$

7. Bestimmen Sie die folgenden Integrale

(a) $\int x^2 e^{-x^3} dx$

(b) $\int \sqrt{1+x^2} dx$

8. Bestimmen Sie die folgenden Integrale

(a) $\int e^x \cos(x) dx$

(b) $\int \arctan(x) dx$

Zusatzaufgabe für Interessierte: Bestimmen Sie für den Fall, dass f, g zweimal stetig differenzierbar sind, eine allgemeine Lösungsformel für das Integral

$$\int u(x)v''(x) - u''(x)v(x) dx$$

und berechnen Sie damit das Integral

$$\int \sin(x) \sinh(x) dx.$$