

Mathematik 0 WS 2012/13

1. Übungsblatt

1. Kommissar K hat 3 Tatverdächtige P , Q und R . Er weiß:

- (a) Wenn sich Q oder R als Täter herausstellen, dann ist P unschuldig.
- (b) Ist aber P oder R unschuldig, dann muss Q ein Täter sein.
- (c) Ist R unschuldig, so ist P Mittäter.

Können Sie daraus schließen wer schuldig ist? Verwenden Sie Wahrheitstafeln!

2. Gegeben seien die Mengen

$$M_1 = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, \dots\},$$

$$M_2 = \{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, \dots\}.$$

- (a) Drücken Sie M_1 und M_2 durch Angabe einer Eigenschaft formal aus.
- (b) Geben Sie $M_1 \cap M_2$ an.
- (c) Geben Sie $M_1 \setminus M_2$ und $M_2 \setminus M_1$ an.
- (d) Wieviele Teilmengen besitzt $(M_1 \cap [0, 10]) \cup \{0\}$?

3. Schreiben Sie folgende Summen mit Hilfe des Σ -Zeichen:

(a) $1 + 9 + 25 + 49 + 81 + \dots + n^2$

(b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{16384}$

(c) $-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 \dots + 100$

(d) $\frac{1}{21} + \frac{1}{24} + \frac{1}{27} + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{102}$

4. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

5. Bestimmen Sie die größtmögliche Menge $A \subset \mathbb{R}$, sodass

(a) $f : A \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = \frac{1}{x^2-4}$

(b) $g : A \rightarrow \mathbb{R} \quad g(x) = \ln(x^2 + x - 6)$

(c) $h : A \rightarrow \mathbb{R} \quad h(x) = \frac{1}{\sqrt{|x|}}$

eine Funktion ist.

6. Gegeben seien die Funktionen f und g mit

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} & g : \mathbb{R} \setminus \{1\} &\rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) &= x^2 + x & g(x) &= \frac{1}{x-1}. \end{aligned}$$

Bilden Sie (falls möglich) die Funktionen $f \circ g$ und $g \circ f$.

7. Sei A die Menge aller lebenden Menschen unter 20 Jahre und B die Menge aller Menschen. Betrachte nun die Funktion $f : A \rightarrow B$, die jeder Person $x \in A$, die Mutter von x zuweist. Ist f injektiv, surjektiv oder bijektiv? Begründen Sie Ihre Antwort!
8. Bei einer Umfrage wurden 243 Sportler befragt. Dabei gaben 187 an, dass sie täglich trainieren. Weiters ergab die Studie, dass 124 Personen auf gesunde Ernährung achten. Weiviele Befragte trainieren täglich und achten auf gesunde Ernährung?
9. Gegeben sind die Funktionen f, g , und h von \mathbb{R} nach \mathbb{R} , wobei
- (a) $f(x) = \sqrt{3x^2 - 12x + 12}$,
 - (b) $g(x) = \cos(x - 3) + 5$,
 - (c) $h(x) = 3 - x^5$.

Stellen Sie für f, g , und h jeweils fest, ob die Funktion

- injektiv, surjektiv, bijektiv,
- beschränkt
- (streng) monoton wachsend oder fallend,

ist.

10. Stellen Sie die folgenden Mengen graphisch dar:

$$\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : 6x + 3y = 12 \wedge x > 0\}$$

und

$$\{(x, y) \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{R} : |x| \leq 5\}$$