

Name:

Matrikelnr./Kennzahl:

**Mathematik I Übungsklausur am 23. November 2012**  
(Gruppe B)

<i>Aufgabe:</i>	1	2	3	4	
<i>Punkte:</i>	4	4	4	4	
				=	<i>Punkte</i>

**Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!**  
**Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer sowie den Vermerk „Gruppe B“!**

1. Gegeben seien die folgenden Punkte im  $\mathbb{R}^3$ :

$$A = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Sei  $\varepsilon_1$  die Ebene, die durch  $A$ ,  $B$  und  $C$  aufgespannt wird, sowie  $\varepsilon_2$  die Ebene, die durch  $A$ ,  $B$  und  $D$  aufgespannt wird.

- (a) Welchen Abstand hat  $C$  zu  $\varepsilon_2$ ?
- (b) Berechnen Sie die Schnittgerade der beiden Ebenen!
- (c) In welchem Winkel schneidet die Gerade durch  $A$  und  $C$  die Ebene  $\varepsilon_2$ ?

2. Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen  $z$ , welche die folgende Gleichung erfüllen

$$\frac{z^2 + iz - 1}{z + i} = \frac{z^3 + (1 - i)z^2 + i}{z^2 + (1 - i)z - i}.$$

3. Überprüfen Sie die beiden Reihen

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!5^n(n-1)!}{(2n-1)!} \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\frac{n\pi}{2})}{\sqrt{n} - (-1)^n}$$

auf Konvergenz.

4. Zu der Funktion

$$f: D \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{2x^2 - 8x + 6}{x^2 - 5x + 6}$$

bestimme man

- (a) den größtmöglichen Definitionsbereich  $D$  und
- (b) alle  $y \in \mathbb{R}$ , für die ein  $x \in D$  mit  $f(x) = y$  existiert.