

Name:

Matrikelnr./Kennzahl:

Mathematik I Übungsklausur am 23. November 2012
(Gruppe A)

<i>Aufgabe:</i>	1	2	3	4	
<i>Punkte:</i>	4	4	4	4	
				=	<i>Punkte</i>

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer sowie den Vermerk „Gruppe A“!

1. Gegeben seien die folgenden Punkte im \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Sei ε_1 die Ebene, die durch A , B und C aufgespannt wird, sowie ε_2 die Ebene, die durch A , B und D aufgespannt wird.

- (a) Welchen Abstand hat D zu ε_1 ?
- (b) Berechnen Sie die Schnittgerade der beiden Ebenen!
- (c) In welchem Winkel schneidet die Gerade durch A und D die Ebene ε_1 ?

2. Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z , welche die folgende Gleichung erfüllen

$$\frac{z^3 + (i - 1)z^2 - 1}{z^2 + (i - 1)z - i} = \frac{z^2 + z + 1}{z + 1}.$$

3. Überprüfen Sie die beiden Reihen

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\frac{n\pi}{2})}{2n + (-1)^n} \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!3^n(n-1)!}{(2n-1)!}$$

auf Konvergenz.

4. Zu der Funktion

$$f: D \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 - 5x + 4}$$

bestimme man

- (a) den größtmöglichen Definitionsbereich D und
- (b) alle $y \in \mathbb{R}$, für die ein $x \in D$ mit $f(x) = y$ existiert.