

Random Walks on Random Partial Graphs of Transitive Graphs

Florian Sobieczky ¹

Short Summary of the project **P18703** of the Austrian Science Fund (FWF), carried out within the period of October 2006 until November 2009 at the Institute of Mathematics C of Graz University of Technology.

Irrfahrten auf Zufallsteilgraphen von transitiven Graphen

Florian Sobieczky ¹

Kurzzusammenfassung des Forschungsprojektes **P18703** des österreichischen Fonds für wissenschaftliche Forschung (FWF), ausgeführt in der Periode zwischen October 2006 und November 2009 am Institut C für Mathematik (Strukturtheorie) der TU-Graz.

¹Institut für Strukturtheorie, TU-Graz

Short Summary: FWF-Research Project 18703
(‘Random walks on Partial Graphs of Transitive Graphs’)
Florian Sobieczky, TU-Graz

Goals of the Project: The purpose of the project was to find estimates of the expected return probability (equivalently the heat kernel, or the integrated density of states) of random walks on graphs by an eigenvalue comparison technique called ‘interlacing’. Instead of restricting the study to the Euclidean lattice, invariant percolation on transitive graphs with a unimodular transitive subgroup of the automorphism group was in the focus.

- A. The main task is to obtain and improve upper and lower bounds for the return probability of **random walks** on graphs using comparison techniques (e.g. interlacing).
- B. The most obvious application of the results of **A.** is to percolation subgraphs, in particular with measure that have heavy-tailed cluster-size distributions (e.g. critical percolation). Here, the **expected return probability** (or, equivalently, the integrated density of states) is the object of interest.
- C. A quality of graphs, which intimately belongs to the random walks circle of problems is the question of **amenability**. For a random family of exponentially growing graphs called horocyclic products, it is of interest to understand the transition between (almost sure) amenability and non-amenability.

Results achieved:

- 1.): ‘An interlacing technique for spectra of random walks and its application to finite percolation clusters’; accepted for publication by: Journal of Theoretical Probability, arXiv:math/0504518v4, (2008) (**A.** / **B.**)
- 2.): ‘Bounds for the annealed return probability on large finite random percolation clusters’; submitted to ‘Mathematische Zeitschrift’, arXiv:0812.0117v4, (2010) (**A.** / **B.**)
- 3.): ‘Amenability of horocyclic products of percolation trees’; submitted to Markov Processes and Related Fields, arXiv:0903.3140v2, (2008) (**C.**)
- 4.) (with V. Kaimanovich) ‘Stochastic homogenization of horospheric tree products’: Proc. of the 1st MSJ-SI, ”Probabilistic Approach to Geometry”, arXiv:0906.5296v1 (2009) (**C.**)
- 5.) F. Sobieczky, G. Rappitsch, E. Stadlober: ‘Inventories modelled by stable tandem-queues under perturbation’, submitted by invitation to QREI special issue (Quality and Reliability Engineering International), (2010) (**A.**)

Furthermore, a proceedings-volume about the ‘Alp-workshop 2009’ held in Styria will appear in the fall of 2010 in the Birkhaeuser-series ‘Progress in Probability’. Ongoing work is with Steven Lalley (**A.**) , Tatyana Turova (**A.**), Daniel Lenz and Ivan Veselic (**C.**), and with V. Kaimanovich (**C.**).

Kurzzusammenfassung: FWF-Forschungsprojekt 18703
(‘Irrfahrten auf Zufallsteilgraphen von transitiven Graphen’)
Florian Sobieczky, TU-Graz

Ziel des Projektes: In dem Projekt P18703 wurde die Absicht verfolgt, Abschätzungen der erwarteten Rückkehrwahrscheinlichkeit (bzw. der sog. Integrierten Zustandsdichte) anzugeben. Die Methodik konzentrierte sich dabei auf das Eigenwertvergleichsverfahren mit dem Namen ‘Interlacing’. Anstelle einer Beschränkung auf die Euklidischen Gitter wurden transitive Graphen mit unimodularer Automorphismengruppen als Untersuchungsgegenstand gewählt.

- A. Die Hauptaufgabe bestand darin, obere und untere Schranken für die Rückkehrwahrscheinlichkeit von Irrfahrten auf Graphen mit Hilfe von Vergleichstechniken (wie z. B. ‘Interlacing’) zu finden.
- B. Die naheliegendste Anwendung der Resultate aus **A.** sind Perkulations-Graphen, insbesondere solche mit langsam abfallenden Cluster-Größen-Verteilungen. Hier ist die **erwartete Rückkehrwahrscheinlichkeit** (bzw. die integrierte Zustandsdichte) von Interesse.
- C. Eine Eigenschaft von Graphen, die zum zentralen Gebiet der Probleme des Themas ‘Irrfahrten auf Graphen’ gehört ist die **Amenabilität**. Für horocyclische Produkte, eine spezielle Familie von zufälligen, exponentiell wachsenden Graphen, ist es von Interesse den Übergang zwischen (fast sicherer) Amenabilität und Nicht-Amenabilität zu verstehen.

Erzielte Resultate: 1.): ‘An interlacing technique for spectra of random walks and its application to finite percolation clusters’; accepted for publication by: Journal of Theoretical Probability, arXiv:math/0504518v4, (2008) (**A.** / **B.**)

2.): ‘Bounds for the annealed return probability on large finite random percolation clusters’; submitted to ‘Mathematische Zeitschrift’, arXiv:0812.0117v4, (2010) (**A.** / **B.**)

3.): ‘Amenability of horocyclic products of percolation trees’; submitted to Markov Processes and Related Fields, arXiv:0903.3140v2, (2008) (**C.**)

4.) (with V. Kaimanovich) ‘Stochastic homogenization of horospheric tree products’: Proc. of the 1st MSJ-SI, ”Probabilistic Approach to Geometry”, arXiv:0906.5296v1 (2009) (**C.**)

5.) F. Sobieczky, G. Rappitsch, E. Stadlober: ‘Inventories modelled by stable tandem-queues under perturbation’, submitted by invitation to QREI special issue (Quality and Reliability Engineering International), (2010) (**A.**)

Des weiteren erscheint ein Proceedingsband über das ‘Alm-Workshop 2009’ in der Birkhäuser Reihe ‘Progress in Probability’. Laufende Zusammenarbeit mit: Steven Lalley (**A.**) , Tatyana Turova (**A.**), Daniel Lenz and Ivan Veselic (**C.**), and with V. Kaimanovich (**C.**).