

## Kapitel 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - kombinatorische Auktionen

**Input:** Eine Menge  $M = \{1, 2, \dots, m\}$  von Objekten (zB. Kontrakten), die versteigert werden.

## Kapitel 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - kombinatorische Auktionen

**Input:** Eine Menge  $M = \{1, 2, \dots, m\}$  von Objekten (zB. Kontrakten), die versteigert werden.

Eine Menge  $B = \{B_1, \dots, B_n\}$  von  $n$  Angeboten, wobei  $\forall j \in \overline{1, n}$ ,  $B_j := (S_j, p_j)$  mit  $S_j \subseteq M$  eine Teilmenge von Objekten und  $p_j$  dem angebotenen Ankaufspreis.

## Kapitel 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - kombinatorische Auktionen

**Input:** Eine Menge  $M = \{1, 2, \dots, m\}$  von Objekten (zB. Kontrakten), die versteigert werden.

Eine Menge  $B = \{B_1, \dots, B_n\}$  von  $n$  Angeboten, wobei  $\forall j \in \overline{1, n}$ ,  $B_j := (S_j, p_j)$  mit  $S_j \subseteq M$  eine Teilmenge von Objekten und  $p_j$  dem angebotenen Ankaufspreis.

**Output:** Eine Wahl von Angeboten seitens des Auktionärs, die seinen Umsatz maximiert.

## Kapitel 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - kombinatorische Auktionen

**Input:** Eine Menge  $M = \{1, 2, \dots, m\}$  von Objekten (zB. Kontrakten), die versteigert werden.

Eine Menge  $B = \{B_1, \dots, B_n\}$  von  $n$  Angeboten, wobei  $\forall j \in \overline{1, n}$ ,  $B_j := (S_j, p_j)$  mit  $S_j \subseteq M$  eine Teilmenge von Objekten und  $p_j$  dem angebotenen Ankaufspreis.

**Output:** Eine Wahl von Angeboten seitens des Auktionärs, die seinen Umsatz maximiert.

### Modell

Entscheidungsvariablen:  $\forall j \in \overline{1, n}$ ,  $x_j \in \{0, 1\}$  mit  $x_j = 1$  dann und nur dann, wenn Angebot  $j$  angenommen wird. Sei  $x := (x_j)_{j \in \overline{1, n}} \in \{0, 1\}^n$ .

## Kapitel 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - kombinatorische Auktionen

**Input:** Eine Menge  $M = \{1, 2, \dots, m\}$  von Objekten (zB. Kontrakten), die versteigert werden.

Eine Menge  $B = \{B_1, \dots, B_n\}$  von  $n$  Angeboten, wobei  $\forall j \in \overline{1, n}$ ,  $B_j := (S_j, p_j)$  mit  $S_j \subseteq M$  eine Teilmenge von Objekten und  $p_j$  dem angebotenen Ankaufspreis.

**Output:** Eine Wahl von Angeboten seitens des Auktionärs, die seinen Umsatz maximiert.

### Modell

Entscheidungsvariablen:  $\forall j \in \overline{1, n}$ ,  $x_j \in \{0, 1\}$  mit  $x_j = 1$  dann und nur dann, wenn Angebot  $j$  angenommen wird. Sei  $x := (x_j)_{j \in \overline{1, n}} \in \{0, 1\}^n$ .

$$\max \left\{ \sum_{j=1}^n x_j p_j : x \in \{0, 1\}^n, \sum_{j: i \in S_j} x_j \leq 1, \forall i \in \overline{1, m} \right\}$$

#### 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - kombinatorische Auktionen

**Verallgemeinerung:** Es können mehrere Exemplare, zB.  $u_i$ , pro Objekt  $i \in \overline{1, m}$  vorhanden sein;

$B_j := (\lambda_1^{(j)}, \dots, \lambda_m^{(j)}, p_j)$  mit Anzahl  $\lambda_i^{(j)}$  von Exemplaren des  $i$ -ten Objekts in Angebot  $j$

#### 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - kombinatorische Auktionen

**Verallgemeinerung:** Es können mehrere Exemplare, zB.  $u_i$ , pro Objekt  $i \in \overline{1, m}$  vorhanden sein;

$B_j := (\lambda_1^{(j)}, \dots, \lambda_m^{(j)}, p_j)$  mit Anzahl  $\lambda_i^{(j)}$  von Exemplaren des  $i$ -ten Objekts in Angebot  $j$

**Modell:**

$$\max \left\{ \sum_{j=1}^n x_j p_j : x \in \{0, 1\}^n, \sum_{j=1}^n \lambda_i^{(j)} x_j \leq u_i, \forall i \in \overline{1, m} \right\}$$

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - das Schließfachproblem

### Das Problem:

Eine Firma erhält Einzahlungen (Schecks, Überweisungen) aus  $n$  unterschiedlichen Regionen. Die Einzahlungen landen in Schließfächern und müssen dort behandelt werden bevor das Geld tatsächlich verfügbar wird. Es gibt  $m$  Standortkandidaten zur Errichtung von maximal  $q$  Schließfächern; das Betreiben eines Schließfachs in Standort  $j$  ist mit Fixkosten  $f_j$  verbunden,  $j \in \overline{1, m}$ .



## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - das Schließfachproblem

### Das Problem:

Eine Firma erhält Einzahlungen (Schecks, Überweisungen) aus  $n$  unterschiedlichen Regionen. Die Einzahlungen landen in Schließfächern und müssen dort behandelt werden bevor das Geld tatsächlich verfügbar wird. Es gibt  $m$  Standortkandidaten zur Errichtung von maximal  $q$  Schließfächern; das Betreiben eines Schließfachs in Standort  $j$  ist mit Fixkosten  $f_j$  verbunden,  $j \in \overline{1, m}$ .

Jedes Schließfach kann Einzahlungen von unterschiedlichen Regionen bearbeiten und jede Region muss einem bearbeitenden Schließfach zugeordnet werden. Jede Paarung (Region  $i$ , Schließfach  $j$ ) ist mit bekannten Kosten  $a_{ij}$  verbunden,  $i \in \overline{1, n}$ ,  $j \in \overline{1, m}$ .

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - das Schließfachproblem

### Das Problem:

Eine Firma erhält Einzahlungen (Schecks, Überweisungen) aus  $n$  unterschiedlichen Regionen. Die Einzahlungen landen in Schließfächern und müssen dort behandelt werden bevor das Geld tatsächlich verfügbar wird. Es gibt  $m$  Standortkandidaten zur Errichtung von maximal  $q$  Schließfächern; das Betreiben eines Schließfachs in Standort  $j$  ist mit Fixkosten  $f_j$  verbunden,  $j \in \overline{1, m}$ .

Jedes Schließfach kann Einzahlungen von unterschiedlichen Regionen bearbeiten und jede Region muss einem bearbeitenden Schließfach zugeordnet werden. Jede Paarung (Region  $i$ , Schließfach  $j$ ) ist mit bekannten Kosten  $a_{ij}$  verbunden,  $i \in \overline{1, n}$ ,  $j \in \overline{1, m}$ .

**Frage:** Welche Schließfächer sollen errichtet werden, sodass die Behandlung aller Einzahlungen minimale Kosten verursacht.

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - das Schließfachproblem

### Das Problem:

Eine Firma erhält Einzahlungen (Schecks, Überweisungen) aus  $n$  unterschiedlichen Regionen. Die Einzahlungen landen in Schließfächern und müssen dort behandelt werden bevor das Geld tatsächlich verfügbar wird. Es gibt  $m$  Standortkandidaten zur Errichtung von maximal  $q$  Schließfächern; das Betreiben eines Schließfachs in Standort  $j$  ist mit Fixkosten  $f_j$  verbunden,  $j \in \overline{1, m}$ .

Jedes Schließfach kann Einzahlungen von unterschiedlichen Regionen bearbeiten und jede Region muss einem bearbeitenden Schließfach zugeordnet werden. Jede Paarung (Region  $i$ , Schließfach  $j$ ) ist mit bekannten Kosten  $a_{ij}$  verbunden,  $i \in \overline{1, n}$ ,  $j \in \overline{1, m}$ .

**Frage:** Welche Schließfächer sollen errichtet werden, sodass die Behandlung aller Einzahlungen minimale Kosten verursacht.

### Modell:

**Entscheidungsvariablen:**  $\forall j \in \overline{1, m}$ ,  $y_j \in \{0, 1\}$  mit  $y_j = 1$  dann und nur dann, wenn in Standort  $j$  ein Schließfach errichtet wird.

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - das Schließfachproblem

### Das Problem:

Eine Firma erhält Einzahlungen (Schecks, Überweisungen) aus  $n$  unterschiedlichen Regionen. Die Einzahlungen landen in Schließfächern und müssen dort behandelt werden bevor das Geld tatsächlich verfügbar wird. Es gibt  $m$  Standortkandidaten zur Errichtung von maximal  $q$  Schließfächern; das Betreiben eines Schließfachs in Standort  $j$  ist mit Fixkosten  $f_j$  verbunden,  $j \in \overline{1, m}$ .

Jedes Schließfach kann Einzahlungen von unterschiedlichen Regionen bearbeiten und jede Region muss einem bearbeitenden Schließfach zugeordnet werden. Jede Paarung (Region  $i$ , Schließfach  $j$ ) ist mit bekannten Kosten  $a_{ij}$  verbunden,  $i \in \overline{1, n}$ ,  $j \in \overline{1, m}$ .

**Frage:** Welche Schließfächer sollen errichtet werden, sodass die Behandlung aller Einzahlungen minimale Kosten verursacht.

### Modell:

Entscheidungsvariablen:  $\forall j \in \overline{1, m}$ ,  $y_j \in \{0, 1\}$  mit  $y_j = 1$  dann und nur dann, wenn in Standort  $j$  ein Schließfach errichtet wird.

$\forall i \in \overline{1, n}$ ,  $\forall j \in \overline{1, m}$ ,  $x_{i,j} \in \{0, 1\}$  mit  $x_{i,j} = 1$  dann und nur dann, wenn Region  $i$  Standort  $j$  zugeordnet wird.

#### 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - das Schließfachproblem

min

~~max~~  
u.d.Nb.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} x_{ij} + \sum_{j=1}^m f_j y_j$$

$$\sum_{j=1}^m y_j \leq q$$

$$x_{ij} \leq y_j, \quad i \in \overline{1, n}, j \in \overline{1, m}$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \quad i \in \overline{1, n}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i \in \overline{1, n}, j \in \overline{1, m}$$

$$y_j \in \{0, 1\}, \quad j \in \overline{1, m}$$

$(y_j = 0 \Rightarrow x_{ij} = 0)$

Standortprobleme } location problem

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

**Aktives Portfoliomanagement:** die Performance wird mit Hilfe technischer und fundamentaler Analyse bzw. mit Hilfe von Prognosemodellen erzeugt.

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

**Aktives Portfoliomanagement:** die Performance wird mit Hilfe technischer und fundamentaler Analyse bzw. mit Hilfe von Prognosemodellen erzeugt.

**Passives Portfoliomanagement:** funktioniert ohne Prognosen, Diversifizierung als Performance Quelle

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

**Aktives Portfoliomanagement:** die Performance wird mit Hilfe technischer und fundamentaler Analyse bzw. mit Hilfe von Prognosemodellen erzeugt.

**Passives Portfoliomanagement:** funktioniert ohne Prognosen, Diversifizierung als Performance Quelle

Zwei Strategien des passiven Portfoliomanagement:

(a) „Buy-and-hold“ und (b) Indexing



## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

**Aktives Portfoliomanagement:** die Performance wird mit Hilfe technischer und fundamentaler Analyse bzw. mit Hilfe von Prognosemodellen erzeugt.

**Passives Portfoliomanagement:** funktioniert ohne Prognosen, Diversifizierung als Performance Quelle

Zwei Strategien des passiven Portfoliomanagement:

**(a)** „Buy-and-hold“ und **(b)** Indexing

Ziel in (b): Konstruktion eines Portfolios, dass die Entwicklung eines breiten Markts oder Marktsegments nachahmt, keine Versuche schlecht bepreiste Wertpapiere zu entdecken.

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

**Aktives Portfoliomanagement:** die Performance wird mit Hilfe technischer und fundamentaler Analyse bzw. mit Hilfe von Prognosemodellen erzeugt.

**Passives Portfoliomanagement:** funktioniert ohne Prognosen, Diversifizierung als Performance Quelle

Zwei Strategien des passiven Portfoliomanagement:

**(a)** „Buy-and-hold“ und **(b)** Indexing

Ziel in (b): Konstruktion eines Portfolios, dass die Entwicklung eines breiten Markts oder Marktsegments nachahmt, keine Versuche schlecht bepreiste Wertpapiere zu entdecken.

**Beispiel:** Index Fonds.

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

**Aktives Portfoliomanagement:** die Performance wird mit Hilfe technischer und fundamentaler Analyse bzw. mit Hilfe von Prognosemodellen erzeugt.

**Passives Portfoliomanagement:** funktioniert ohne Prognosen, Diversifizierung als Performance Quelle

Zwei Strategien des passiven Portfoliomanagement:

(a) „Buy-and-hold“ und (b) Indexing

Ziel in (b): Konstruktion eines Portfolios, dass die Entwicklung eines breiten Markts oder Marktsegments nachahmt, keine Versuche schlecht bepreiste Wertpapiere zu entdecken.

**Beispiel:** Index Fonds.

Aus  $n$  Assets im Markt werden  $q < n$  Assets gesucht; damit wird ein Portfolio ~~ab~~gebildet, dass das Verhalten des Markts so gut wie möglich nachahmt.

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

**Aktives Portfoliomanagement:** die Performance wird mit Hilfe technischer und fundamentaler Analyse bzw. mit Hilfe von Prognosemodellen erzeugt.

**Passives Portfoliomanagement:** funktioniert ohne Prognosen, Diversifizierung als Performance Quelle

Zwei Strategien des passiven Portfoliomanagement:

**(a)** „Buy-and-hold“ und **(b)** Indexing

Ziel in (b): Konstruktion eines Portfolios, dass die Entwicklung eines breiten Markts oder Marktsegments nachahmt, keine Versuche schlecht bepreiste Wertpapiere zu entdecken.

**Beispiel:** Index Fonds.

Aus  $n$  Assets im Markt werden  $q < n$  Assets gesucht; damit wird ein Portfolio abgebildet, dass das Verhalten des Markts so gut wie möglich nachahmt.

**Für Index Fonds spricht:**

die Markteffizienz, die empirische Performance, die Vermeidung von Transaktionskosten ...

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

**Pure Indexing:** Auswahl eines breiten Markt Index zB. S&P500; Ankauf aller Positionen mit dem gleichen Gewicht wie im Index.

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

**Pure Indexing:** Auswahl eines breiten Markt Index zB. S&P500; Ankauf aller Positionen mit dem gleichen Gewicht wie im Index.

Dieses Ansatz ist nicht praktisch: viele kleine Positionen lassen die Managementkosten sehr schnell in die Höhe steigen.

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

**Pure Indexing:** Auswahl eines breiten Markt Index zB. S&P500; Ankauf aller Positionen mit dem gleichen Gewicht wie im Index.

Dieses Ansatz ist nicht praktisch: viele kleine Positionen lassen die Managementkosten sehr schnell in die Höhe steigen.

Wünschenswert: eine geringe Anzahl  $q$  von Assets im Fonds mit  $q \ll n$ .



## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

**Pure Indexing:** Auswahl eines breiten Markt Index zB. S&P500; Ankauf aller Positionen mit dem gleichen Gewicht wie im Index.

Dieses Ansatz ist nicht praktisch: viele kleine Positionen lassen die Managementkosten sehr schnell in die Höhe steigen.

Wünschenswert: eine geringe Anzahl  $q$  von Assets im Fonds mit  $q \ll n$ .

**Input:** Anzahl  $n$  der Assets am Markt, Anzahl  $q$  der im Fonds vertretenen Assets,  $\rho_{ij}$  Ähnlichkeitsmaß für die Assets  $i$  und  $j$ ,  $i, j \in \overline{1, n}$ .

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

**Pure Indexing:** Auswahl eines breiten Markt Index zB. S&P500; Ankauf aller Positionen mit dem gleichen Gewicht wie im Index.

Dieses Ansatz ist nicht praktisch: viele kleine Positionen lassen die Managementkosten sehr schnell in die Höhe steigen.

Wünschenswert: eine geringe Anzahl  $q$  von Assets im Fonds mit  $q \ll n$ .

**Input:** Anzahl  $n$  der Assets am Markt, Anzahl  $q$  der im Fonds vertretenen Assets,  $\rho_{ij}$  Ähnlichkeitsmaß für die Assets  $i$  und  $j$ ,  $i, j \in \overline{1, n}$ .

**Output:** Ein Portfolio mit **möglichst großer Gesamtähnlichkeit** zu den Assets am Markt.

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

**Pure Indexing:** Auswahl eines breiten Markt Index zB. S&P500; Ankauf aller Positionen mit dem gleichen Gewicht wie im Index.

Dieses Ansatz ist nicht praktisch: viele kleine Positionen lassen die Managementkosten sehr schnell in die Höhe steigen.

Wünschenswert: eine geringe Anzahl  $q$  von Assets im Fonds mit  $q \ll n$ .

**Input:** Anzahl  $n$  der Assets am Markt, Anzahl  $q$  der im Fonds vertretenen Assets,  $\rho_{ij}$  Ähnlichkeitsmaß für die Assets  $i$  und  $j$ ,  $i, j \in \overline{1, n}$ .

**Output:** Ein Portfolio mit möglichst großer Gesamtähnlichkeit zu den Assets am Markt.

### Modell:

Entscheidungsvariablen:  $\forall j \in \overline{1, m}$ ,  $y_j \in \{0, 1\}$  mit  $y_j = 1$  dann und nur dann, wenn Asset  $j$  in Fonds vertreten ist.

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

**Pure Indexing:** Auswahl eines breiten Markt Index zB. S&P500; Ankauf aller Positionen mit dem gleichen Gewicht wie im Index.

Dieses Ansatz ist nicht praktisch: viele kleine Positionen lassen die Managementkosten sehr schnell in die Höhe steigen.

Wünschenswert: eine geringe Anzahl  $q$  von Assets im Fonds mit  $q \ll n$ .

**Input:** Anzahl  $n$  der Assets am Markt, Anzahl  $q$  der im Fonds vertretenen Assets,  $\rho_{ij}$  Ähnlichkeitsmaß für die Assets  $i$  und  $j$ ,  $i, j \in \overline{1, n}$ .

**Output:** Ein Portfolio mit möglichst großer Gesamtähnlichkeit zu den Assets am Markt.

### Modell:

Entscheidungsvariablen:  $\forall j \in \overline{1, m}$ ,  $y_j \in \{0, 1\}$  mit  $y_j = 1$  dann und nur dann, wenn Asset  $j$  in Fonds vertreten ist.

$\forall i, j \in \overline{1, n}$ ,  $x_{i,j} \in \{0, 1\}$  mit  $x_{i,j} = 1$  dann und nur dann, wenn Asset  $i$  durch Asset  $j$  im Fonds vertreten wird.

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

#### 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

$$\max \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} x_{ij}$$

*u.d.Nb.*

$$\sum_{j=1}^m y_j \leq q$$

$$x_{ij} \leq y_j, \quad i, j \in \overline{1, n}$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \quad i \in \overline{1, n}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in \overline{1, n}$$

$$y_j \in \{0, 1\}, \quad j \in \overline{1, m}$$

$y_j = 0 \Rightarrow x_{ij} = 0$

#### 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} x_{ij} \\ \text{u.d.Nb.} \quad & \\ & \sum_{j=1}^m y_j \leq q \\ & x_{ij} \leq y_j, \quad i, j \in \overline{1, n} \\ & \sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \quad i \in \overline{1, n} \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in \overline{1, n} \\ & y_j \in \{0, 1\}, \quad j \in \overline{1, m} \end{aligned}$$

Sei  $y^*$ ,  $x^*$  eine Optimallösung des Problems.

#### 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - Konstruktion eines Index Fonds

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} x_{ij} \\ \text{u.d.Nb.} \quad & \\ & \sum_{j=1}^m y_j \leq q \\ & x_{ij} \leq y_j, \quad i, j \in \overline{1, n} \\ & \sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \quad i \in \overline{1, n} \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in \overline{1, n} \\ & y_j \in \{0, 1\}, \quad j \in \overline{1, m} \end{aligned}$$

Sei  $y^*$ ,  $x^*$  eine Optimallösung des Problems.

**Die Gewichte der Assets im Fonds:**

for all  $i \in \overline{1, n}$ ,  $w_j := \sum_{i=1}^n V_i x_{ij}^* / \sum_{i=1}^n V_i$ , wobei  $V_i$  der Marktwert von Asset  $i$  ist.



## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - weitere Ganzzahlinkeitsrestriktionen

19

.

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - weitere Ganzzahligkeitsrestriktionen

- ▶ Beschränkte Anzahl von Assets in einem Portfolio  
(zB. höchstens  $k$  Assets in Portfolio bei einem Universum von  $n$  Assets)

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - weitere Ganzzahligkeitsrestriktionen

- ▶ Beschränkte Anzahl von Assets in einem Portfolio (zB. höchstens  $k$  Assets in Portfolio bei einem Universum von  $n$  Assets)

Gewicht des  $i$ -ten Assets:  $x_i \in \mathbb{R}$

Präsenz des  $i$ -ten Assets:  $y_i \in \{0, 1\}$

For all  $i \in \overline{1, n}$ ,  $x_i \leq y_i$ ,  $\sum_{i=1}^n y_i \leq k$ .

#### 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - weitere Ganzzahligkeitsrestriktionen

- ▶ Beschränkte Anzahl von Assets in einem Portfolio (zB. höchstens  $k$  Assets in Portfolio bei einem Universum von  $n$  Assets)

Gewicht des  $i$ -ten Assets:  $x_i \in \mathbb{R}$

Präsenz des  $i$ -ten Assets:  $y_i \in \{0, 1\}$

For all  $i \in \overline{1, n}$ ,  $x_i \leq y_i$ ,  $\sum_{i=1}^n y_i \leq k$ .

- ▶ Untere und obere Schranken  $l_i$  bzw.  $u_i$  für das Gewicht des  $i$ -ten Assets

#### 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - weitere Ganzzahligkeitsrestriktionen

- ▶ Beschränkte Anzahl von Assets in einem Portfolio (zB. höchstens  $k$  Assets in Portfolio bei einem Universum von  $n$  Assets)

Gewicht des  $i$ -ten Assets:  $x_i \in \mathbb{R}$

Präsenz des  $i$ -ten Assets:  $y_i \in \{0, 1\}$

For all  $i \in \overline{1, n}$ ,  $x_i \leq y_i$ ,  $\sum_{i=1}^n y_i \leq k$ .

- ▶ Untere und obere Schranken  $l_i$  bzw.  $u_i$  für das Gewicht des  $i$ -ten Assets

for all  $i \in \overline{1, n}$ ,  $l_i y_i \leq x_i \leq u_i y_i$ .

$$l_i \leq x_i \leq u_i$$

$$\left. \begin{array}{l} y_i \in \{0, 1\} \\ x_i \in \mathbb{R}_+ \end{array} \right\}$$

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - weitere Ganzzahligkeitsrestriktionen

- ▶ Beschränkte Anzahl von Assets in einem Portfolio (zB. höchstens  $k$  Assets in Portfolio bei einem Universum von  $n$  Assets)

Gewicht des  $i$ -ten Assets:  $x_i \in \mathbb{R}$

Präsenz des  $i$ -ten Assets:  $y_i \in \{0, 1\}$

For all  $i \in \overline{1, n}$ ,  $x_i \leq y_i$ ,  $\sum_{i=1}^n y_i \leq k$ .

- ▶ Untere und obere Schranken  $l_i$  bzw.  $u_i$  für das Gewicht des  $i$ -ten Assets

for all  $i \in \overline{1, n}$ ,  $l_i y_i \leq x_i \leq u_i y_i$ .

- ▶ Logische Restriktionen bzw. Cluster-Bildung

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - weitere Ganzzahlichkeitsrestriktionen

- ▶ Beschränkte Anzahl von Assets in einem Portfolio (zB. höchstens  $k$  Assets in Portfolio bei einem Universum von  $n$  Assets)

Gewicht des  $i$ -ten Assets:  $x_i \in \mathbb{R}$

Präsenz des  $i$ -ten Assets:  $y_i \in \{0, 1\}$

For all  $i \in \overline{1, n}$ ,  $x_i \leq y_i$ ,  $\sum_{i=1}^n y_i \leq k$ .

- ▶ Untere und obere Schranken  $l_i$  bzw.  $u_i$  für das Gewicht des  $i$ -ten Assets

for all  $i \in \overline{1, n}$ ,  $l_i y_i \leq x_i \leq u_i y_i$ .

- ▶ Logische Restriktionen bzw. Cluster-Bildung

Wenn in Asset  $i$  investiert wird, muss auch (darf nicht) in Asset  $j$  investiert werden:  $y_i \leq y_j$  ( $y_i \leq 1 - y_j$ )

## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - weitere Ganzzahligkeitsrestriktionen

- ▶ Beschränkte Anzahl von Assets in einem Portfolio (zB. höchstens  $k$  Assets in Portfolio bei einem Universum von  $n$  Assets)  
Gewicht des  $i$ -ten Assets:  $x_i \in \mathbb{R}$   
Präsenz des  $i$ -ten Assets:  $y_i \in \{0, 1\}$   
For all  $i \in \overline{1, n}$ ,  $x_i \leq y_i$ ,  $\sum_{i=1}^n y_i \leq k$ .
- ▶ Untere und obere Schranken  $l_i$  bzw.  $u_i$  für das Gewicht des  $i$ -ten Assets  
for all  $i \in \overline{1, n}$ ,  $l_i y_i \leq x_i \leq u_i y_i$ .
- ▶ Logische Restriktionen bzw. Cluster-Bildung  
Wenn in Asset  $i$  investiert wird, muss auch (darf nicht) in Asset  $j$  investiert werden:  $y_i \leq y_j$  ( $y_i \leq 1 - y_j$ )  
Es soll in genau ein Asset aus einer Menge  $I$  von Assets investiert werden:  $\sum_{i \in I} y_i = 1$



## 4: Gemischtganzzahlige lineare Optimierungsmodelle (MILP) - weitere Ganzzahligkeitsrestriktionen

- ▶ Beschränkte Anzahl von Assets in einem Portfolio (zB. höchstens  $k$  Assets in Portfolio bei einem Universum von  $n$  Assets)

Gewicht des  $i$ -ten Assets:  $x_i \in \mathbb{R}$

Präsenz des  $i$ -ten Assets:  $y_i \in \{0, 1\}$

For all  $i \in \overline{1, n}$ ,  $x_i \leq y_i$ ,  $\sum_{i=1}^n y_i \leq k$ .

- ▶ Untere und obere Schranken  $l_i$  bzw.  $u_i$  für das Gewicht des  $i$ -ten Assets

for all  $i \in \overline{1, n}$ ,  $l_i y_i \leq x_i \leq u_i y_i$ .

- ▶ **Logische** Restriktionen bzw. Cluster-Bildung

Wenn in Asset  $i$  investiert wird, muss auch (darf nicht) in Asset  $j$  investiert werden:  $y_i \leq y_j$  ( $y_i \leq 1 - y_j$ )

Es soll in genau ein Asset aus einer Menge  $I$  von Assets investiert werden:  $\sum_{i \in I} y_i = 1$

Wenn in Asset  $i$  investiert wird, dann muss es in mindestens einem der Assets  $j$  und  $k$  investiert werden:  $y_i \leq y_j + y_k$