Diskrete Mathematik, WS 2017/2018, 6. Übungsblatt

37. Wir bezeichnen mit $\hat{S}_{n,k}$ die Anzahl der ungeordneten Partitionen einer n-elementigen Menge in k Mengen, so dass jede Menge in der Partition mindestens zwei Elemente enthält. Berechnen Sie $\bar{S}_{2k,k}$ für $k \in \mathbb{N}$.

38. Seien A_1 und A_2 Teilmengen von $[n] := \{1, 2, \ldots, n\}$. Wir schreiben $A_1 \preceq A_2$, wenn das kleinste Element in A_2 mindestens so groß ist wie alle Elemente in A_1. Bestimmen Sie die Anzahl aller ungeordneten Partitionen von $[n]$ in k Mengen, d.h. $[n] = A_1 \dot{\cup} A_2 \dot{\cup} \ldots \dot{\cup} A_k$, wobei für jedes Paar i, j mit $i, j \in \{1, 2, \ldots, k\}$, $i \neq j$, entweder $A_i \preceq A_j$ oder $A_j \preceq A_i$ gilt.

39. Wie viele natürliche Zahlen zwischen 1 und 1000000 gibt es, bei denen die Summe der Ziffern 15 beträgt?

40. Wir betrachten Pfade im 2-dimensionalen Gitter. Wir starten in $(0, 0)$. In jedem Schritt dürfen wir entweder die x-Koordinate um eins erhöhen (d.h. einen Schritt nach rechts gehen), oder die y-Koordinate um eins erhöhen (d.h. einen Schritt nach oben gehen); zusätzlich dürfen wir nur Punkte (i, j) mit $i \leq j$ besuchen, $i, j \in \mathbb{N}$. Wie viele paarweise verschiedene solche Pfade von $(0, 0)$ nach (n, n) gibt es?

41. Wie viele Möglichkeiten gibt es, 6 (nicht unterscheidbare) gelbe, 5 (nicht unterscheidbare) rote und 7 (nicht unterscheidbare) blaue Bälle in 6 (unterscheidbare) Schachteln zu geben, sodass jede Schachtel genau 3 Bälle enthält?