Diskrete Mathematik, WS 2017/2018, 4. Übungsblatt

28. Die Felder eines 3×7 Schachbrettes werden beliebig mit den Farben rot und blau gefärbt. Zeigen Sie, dass es immer ein Rechteck der Größe mindestens 2×2 gibt, dessen Eckfelder einhaltlich gefärbt sind.

29. In einem Turnier spielen n Mannschaften „jeder gegen jeden". Für einen Sieg gibt es 3 Punkte, für einen Unentschieden einen Punkt. Die Platzierungen ergeben sich aus den einzelnen Punkten, bei Punktegleichheit wird gelost. Wie viele Punkte hat der Sieger mindestens? Wie viele Punkte hat der Zweiter mindestens?

30. Wie viele natürliche Zahlen $\leq 10^6$ sind weder von der Form x^2 noch x^3 noch x^5 für ein $x \in \mathbb{N}$?

    Hinweis: Arbeiten Sie mit der Menge A_k der Zahlen $\leq 10^6$, die von der Form x^k sind, für $k = 2, 3, 5$, und verwenden Sie das Inklusion-Exklusionsprinzip.

31. Bestimmen Sie die Anzahl der ganzzahligen Lösungen der Gleichung

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 19$$

    wenn

    (a) $x_i \geq 0$ für alle $i = 1, \ldots, 5$;

    (b) $x_i \geq 0$ für alle $i = 1, \ldots, 4$ und $x_5 \geq 5$;

    (c) $x_i \geq 0$ für alle $i = 1, \ldots, 3$, $0 \leq x_4 \leq 4$ und $0 \leq x_5 \leq 4$;
    (Hinweis: Inklusion/Exklusion)