

Diskrete Mathematik, WS 2017/2018, 3. Übungsblatt

17. Bestimmen Sie den Koeffizienten von $wx^5y^3z^2$ in $(w + x + y + z)^{11}$.
18. Auf wieviele Arten kann ein König auf einem 8×8 Schachbrett von der linken unteren Ecke in die rechte obere Ecke ziehen, wenn er dabei entweder ein Feld nach rechts, ein Feld nach oben oder ein Feld diagonal nach rechts-oben ziehen darf?
19. Zeigen Sie durch ein kombinatorisches Argument: $\binom{2n}{3} = 2\binom{n}{3} + 2n\binom{n}{2}$.
20. Seien A und B zwei Mengen mit $|A| = n$ und $|B| = n + 2$. Bestimmen Sie die Anzahl
- der Funktionen von A nach B ;
 - der injektiven Funktionen von A nach B ;
 - der surjektiven Funktionen von B nach A .
21. Wie viele Wörter der Länge 10 und wie viele der Länge 11 kann man aus den Buchstaben des Wortes ABRAKADABRA bilden?
22. Beweisen Sie: $\sum_{k=0}^n \binom{m+k}{k} = \binom{m+n+1}{n}$, für $m \in \mathbb{N}$ und $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.
23. Wie viele Nationalflaggen mit drei horizontalen Streifen kann man aus den Farben weiß, schwarz, rot, blau, grün und gelb bilden? Zwei benachbarte Streifen müssen dabei immer verschiedenfärbig sein; der oberste und der unterste Streifen dürfen aber gleichfärbig sein (zum Beispiel rot-weiß-rot). Wie viele derartige Flaggen mit vier horizontalen Streifen gibt es?
24. Wie viele Möglichkeiten gibt es, fünf (unterscheidbare) Frauen und sieben (unterscheidbare) Männer so in einer Reihe aufzustellen, dass keine zwei Frauen nebeneinander stehen?
25. Wie viele k elementige Teilmengen von $[n] := \{1, 2, \dots, n\}$ gibt es, die keine zwei aufeinander folgende Zahlen enthalten?
26. Wie viele Wörter der Länge n , $n \in \mathbb{N}$, können über dem Alphabet $\{a, b\}$ gebildet werden, die ungerade viele a 's enthalten?
27. Beweisen sie, dass für alle $n, m \in \mathbb{N}$, $m \leq n$, gilt:

$$\sum_{k=0}^m \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k} = 2^m \binom{n}{m}.$$